ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia **1º semestre, 1ª Prova Intercalar. 01. 17**

1horas. (20 valores)

Nome:____**Turma:**_________

Espaço reservado para classificações

1. (35)	3a.(10)	*4 a.(30)*	4 c.(30) *T:*	
2. (30)	3b.(25)	4 b.(10)	*5. (30)*	P:

Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

1. Na fábrica Electra, Lda, após a produção, os componentes electrónicos são sujeitos a testes de qualidade e classificados em três categorias A, B e C por ordem decrescentes de qualidade. Sabe-se que 70% dos componentes produzidos são de classe A, 18% de classe b e 12% de classe C. Sabe-se ainda que a percentagem de componentes que eventualmente falhem é de 2%, 10% e 18% respectivamente para os componentes classificados nas categorias A, B e C.

Se um componente falhar, qual é a probabilidade de que tenha sido classificado como sendo de classe B?

2. Uma dona de casa dispõe de um chaveiro com 8 chaves, das quais 3 abrem a porta da sua arrecadação. Admita que a senhora tenta abrir a porta selecionando sucessivamente as chaves de uma forma aleatória e pondo de lado as que já tentou e não abriram a porta. Calcule a probabilidade de a dona de casa ser bem sucedida à 3ª tentativa.

3. Considere uma variável aleatória X cuja função probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \frac{x^2}{c}, \qquad x = -2, -1, 1, 2 \quad \text{onde } c > 0 \text{ é uma constante.}$$

a) Então podemos afirmar que :

i) X é contínua ☐ ii) $c = \frac{1}{10}$ ☐ iii) $Var(X) = E(X^2)$ ☐ iv) $\boldsymbol{P(X > 2) < 1}$ ☐

b) Calcule a $P(X \leq 1 | X > -1)$.

Mudei esta para haver uma só questão certa. Estava P(X>2)>0

4. Seja X uma variável aleatória com função densidade dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2/3 & 0 < x < 1 \\ \frac{2}{9}x & 1 < x < 2 \end{cases}$$

a) Determine a função distribuição.

b) Calcule a $P\left(X \geq \frac{3}{4}\right)$.

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{3}$

c) Seja a variável aleatória $Y = \begin{cases} 0 & X \leq 1 \\ \frac{X}{3} & X > 1 \end{cases}$. Determine a função distribuição da variável aleatória Y e classifique a variável aleatória.

5. Rui preferia que a demonstração fosse sobre matéria do capítulo 2 porque só vou dar a variância amanhã o que é um pouco em cima da prova. Se preferires manter a demonstração sobre a variância eu faço uma diferente para a prova de Economia.

a) Considere a seguinte variável aleatória bidimensional com densidade $f_{X,Y}(x,y)$ dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = 6x^3\sqrt{y} \qquad\qquad 0 < x < 1 \ , \ 0 < y < 1$$

a) Calcule $P(X > 0.2)$

b) Determine o valor esperado de X quando $Y = 0{,}5$. Com base **no resultado obtido** o que pode concluir sobre a independência entre as variáveis aleatórias X e Y? Justifique.

b) Sabe-se que a duração (em minutos) dos serviços noticiosos numa cadeia de televisão com carácter informativo, é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo (10,30).

a) Qual a probabilidade da duração de um serviço noticioso ser pelo menos de 15 minutos, sabendo que é maior que 10?

b) Seleccionados ao acaso, 5 serviços noticiosos dessa cadeia de televisão qual a probabilidade do serviço noticioso mais longo ser inferior a 12 minutos?

c) Qual a probabilidade de a duração total de 20 anúncios selecionados aleatoriamente, ser inferior a 6 horas?

c) Um professor recebe estudantes no seu horário de dúvidas às 4ªs feiras entre as 10:00 - 12:00 de acordo com um Processo de Poisson de taxa média igual a 4 por hora.

a) Qual a probabilidade de entre as 10:00 e as 10:30 aparecerem no máximo dois alunos para tirar dúvidas?

0,2707 ☐ 0,1839 ☐ 0,6767 ☐ 0,2381 ☐

b) Qual a probabilidade do tempo que decorre entre o atendimento consecutivo de alunos exceder 30 minutos?

d) a. Seja X uma variável aleatória que representa o número de sucessos em n provas de Bernoulli e θ a probabilidade de sucesso. Qual a distribuição do número de insucessos nas mesmas n provas de Bernoulli?

b. Seja X uma variável aleatória em que $E(X) = Var(X) = \boldsymbol{\lambda}$. Considere a v.a. $W = X_1 + X_2$ onde $X_i \ \ (i = 1, 2)$ são duas observações independentes de X. Calcule o coeficiente de correlação entre W e X.

c. Seja X uma variável aleatória com função distribuição $F_X(x)$. Prove que a variável aleatória $Y = F_X(x)$ tem distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$.